Auszug aus:
Gaidoschik (in Druck).

Arithmetik im 2. Schuljahr: Dezimales Stellenwertsystem und halbschriftliches Addieren & Subtrahieren

Eine Handreichung für den inklusiven Unterricht und die Förderung von Kindern mit besonderen Lernschwierigkeiten in Mathematik

2 Dezimales Stellenwertsystem

2.1 Der rote Faden

Wenn Kinder durch besondere Schwierigkeiten im Mathematikunterricht auffallen, dann liegen in der Regel auch Defizite im Verständnis des Dezimalsystems vor (Gaidoschik et al. 2021). Entsprechend wichtig ist es, dass im Unterricht sehr gezielt am Aufbau von Verständnis für das Dezimalsystem gearbeitet wird. Abbildung 1 stellt zunächst, von unten nach oben zu lesen, die zu erarbeitenden Teilziele und die dafür nötigen Erarbeitungsschritte im Überblick dar:

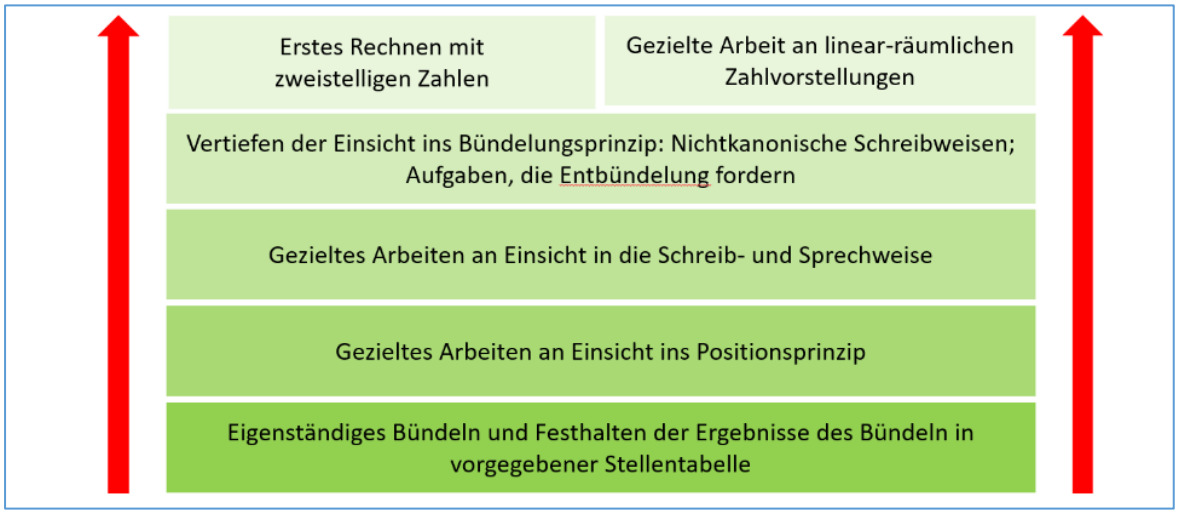


Abbildung 1: Teilbereiche, die für ein Grundverständnis des Dezimalsystems zu erarbeiten sind. Die Grafik ist von unten nach oben zu lesen, einzelne Bereiche bauen aufeinander auf.

Die einzelnen Teilbereiche dieses „Roten Fadens“ werden in den nachfolgenden Kapiteln ausgeführt und mit praktischen Anregungen für den Unterricht versehen.

Hier eine Orientierungshilfe vorweg:

- Kinder müssen, als Grundlage für alles Weitere, verstehen, dass in unserer dezimalen Stellenschrift **dieselben Ziffern unterschiedliche Werteinheiten** festhalten, je nachdem, an welcher Stelle (Position) in einer Ziffernfolge sie stehen. Diesem **„Positionsprinzip"** ist das **„Bündelungsprinzip"** vorausgesetzt: Je 10 einer Werteinheit werden zur nächstgrößeren Werteinheit gebündelt. **Die Arbeit am Bündelungsprinzip und die Arbeit am Positionsprinzip sind eng miteinander verknüpft**.
- Zunächst liegt der **Fokus auf dem Bündeln**: Wichtig sind dafür vor allem Aufgaben, bei denen **Kinder selbst Zehnerbündel herstellen** mit dem Ziel, die Anzahl dieser Zehnerbündel und die der ungebündelten Einer in einer (zunächst vorgegebenen) Stellenwerttabelle an der richtigen Position einzutragen. Dafür eignet sich grundsätzlich jedes Material, von dem in ausreichender Anzahl gleichförmige Elemente vorhanden sind.

- **Erst in einem zweiten Schritt sollte „Systemmaterial" ins Spiel gebracht werden**, bei dem die Zehner bereits als eigene (fixe) Einheiten verfügbar sind. Das Bündeln wird hier durch ein „Umtauschen" von je 10 Einern in 1 Zehner abgelöst. Eine zu frühe Verwendung vorgefertigter Zehner kann Verständnisaufbau behindern.

- Gezielte Aufgaben unter Verwendung von Systemmaterial eignen sich aber in weiterer Folge für die nun wichtige **Fokussierung auf das Positionsprinzip**. Ziel ist, dass Kinder selbständig (also ohne eine vorgegebene Stellentabelle) auf die Position einer Ziffer achten, weil sie wissen, dass diese wichtig ist für die Bedeutung (den Wert) der Zahl. Sie sollen lernen, Zehner und Einer in geschriebenen Zahlen selbständig sicher und zunehmend automatisiert zu unterscheiden.

- Erst auf Basis der oben erläuterten Voraussetzungen ist es aussichtsreich, **mögliche Probleme mit der deutschen „verdrehten" Sprechweise** für zweistellige Zahlen nachhaltig zu lösen. Das erfordert für viele Kinder, insbesondere für zwei- oder mehrsprachig aufwachsende, gezielte Erarbeitungsschritte. Danach muss in diesem Bereich mit manchen Kindern über längere Zeit konsequent geübt werden. Das hindert sie aber nicht daran, die nächsten Schritte (s.u.) zu machen, sofern die Lehrkraft weiterhin sensibel mit der Zahlensprechweise umgeht.

- Kinder lernen bei adäquatem Unterricht in der Regel schnell, Zehner und Einer unter Beachtung der Position von Ziffern *als unterschiedliche Einheiten regelkonform* zu behandeln. Schwieriger zu erreichen ist, dass sie **Zehner „reversibel"** denken, d.h. je nach Aufgabenstellung Zehner einerseits als Einheiten verwenden, mit denen man rechnen kann wie mit Einern, andererseits immer dort, wo nötig, Zehner auch wieder in 10 Einer (gedanklich) entbündeln. Um dieses **flexible, aufgabenadäquate Hin- und Herschalten zwischen Zehnern und Einern** zu fördern, braucht es in einer nächsten Phase gezielte Aufgaben und Übungen, die in vielen Schulbüchern zu kurz kommen und deshalb in Kapitel 2.6 ausführlich erläutert werden. Auch später ist es wichtig, immer wieder gezielt gerade solche Aufgaben zu stellen, bei denen dieses Hin- und Herschalten gefordert ist.

- Für alle bisher erläuterten Schritte sind Materialien wichtig, in denen *Zehner auch dinglich als Einheiten* deutlich werden, welche bei Bedarf in 10 Einer „umgetauscht" werden können (Zehnerstange bzw. Zehnerschein beim Rechengeld). Da **jedes weitere Material zunächst Lernstoff** ist, bei dessen Erarbeitung neue Probleme auftreten können, sollte anfangs (d.h. für die bisher erläuterten Ziele) kein anders strukturiertes Material zum Einsatz kommen.

- Sobald Kinder das Positionsprinzip verstanden haben und Zehner im oben erläuterten Sinn auch „reversibel" denken, haben sie die Voraussetzungen erworben, um **mit zweistelligen Zahlen mit Verständnis zu addieren und zu subtrahieren**. Umgekehrt wird das Rechnen, wenn im Unterricht entsprechend kompetent begleitet, die Einsicht ins dezimale Stellenwertsystem festigen und erweitern. Die Inhaltsbereiche „Dezimalsystem" und „Schriftgestütztes Addieren und Subtrahieren" sind also im Unterricht ab dieser Phase immer in Verbindung zueinander zu setzen. Im Sinne einer übersichtlichen Darstellung wird das Addieren und Subtrahieren in Kapitel 3 gesondert behandelt; **im Unterricht sollte ab den in 2.6 erläuterten Aufgaben eine Verknüpfung des Arbeitens in beiden Bereichen erfolgen**.

- Auf Grundlage eines „reversiblen" Verständnisses von Zehnern und Einern ist es möglich und dann auch wichtig, ein **tragfähiges Verständnis für den Zahlenstrahl** zu erarbeiten. In weiterer Folge sollen Kinder lernen, sich Zahlen auch linear geordnet **vorzustellen** und lineare **Darstellungen wie den Rechenstrich** als Mittel (z.B. für das Darstellen von Rechenwegen und das Kommunizieren über diese) zu nutzen.
- Bezüglich **anderer Darstellungen und Arbeitsmittel** als den bisher behandelten gilt, wie erläutert: Jedes Arbeitsmittel ist Lernstoff und muss selbst sorgfältig erarbeitet werden. Insbesondere in der nachträglichen Förderung von Kindern mit besonderen Lernschwierigkeiten muss sorgfältig geprüft werden, zu welchem Zeitpunkt mit welcher Zielsetzung welches weitere Arbeitsmittel überhaupt zum Einsatz kommen soll. Kriterien dafür und Empfehlungen für die Erarbeitung und den Einsatz solcher Arbeitsmittel werden im Kapitel 2.9 erläutert.

2.8 Linear-räumliche Zahlvorstellungen

2.8.1 Fachdidaktischer Hintergrund

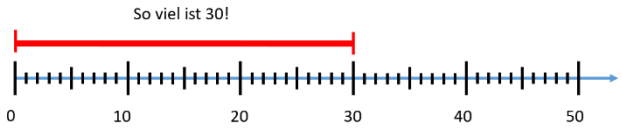
Die im Unterricht vielbeschworene "Orientierung im Zahlenraum“ erfolgt sinnvollerweise linear, also entlang einer vorgestellten/gedachten geraden Linie. In unserer Kultur ist es dabei üblich, dass die Zahlen entlang dieser Linie von links nach rechts größer werden. Dies sollte daher auch mit Kindern in dieser Weise erarbeitet werden.

Sich Zahlen auf einem so gerichteten „inneren Zahlenstrahl“ vorstellen zu können, erleichtert den Umgang mit Zahlen in vielfältiger Weise. Zudem kann diese Vorstellung auf beliebige Zahlenräume ausgedehnt werden und auch im Bereich der Dezimalzahlen äußerst nützlich sein.

Voraussetzung dafür ist, dass dieser innere Zahlenstrahl **dezimal strukturiert** ist: Nur dann ist er ein hilfreiches Vorstellungs- und Denkmodell für den Umgang mit Zahlen.

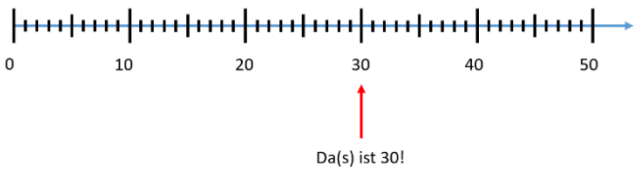
Zahlen am Zahlenstrahl als Strecken/Längen „sehen“ lernen!

Kinder müssen lernen, **Zahlen am Zahlenstrahl auch als *Strecke*** zu sehen bzw. zu denken: Nur dann werden sie weiterführende Anwendungen des Zahlenstrahls verstehen.

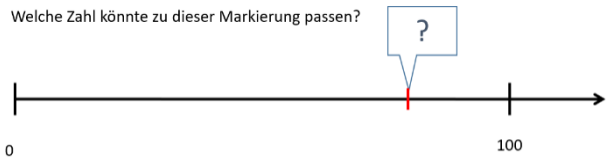


Tatsächlich können alle *Zahlbeziehungen* am Zahlenstrahl in dieser Weise *als Längenbeziehungen* gedeutet werden. Diese Sichtweise auf den Zahlenstrahl ist aber nicht selbstverständlich.

Im Gegenteil: Viele Kinder interpretieren den Zahlenstrahl zunächst ausschließlich „ordinal". Sie zählen also „Striche“ (Markierungen) und verstehen die Zahlen am Zahlenstrahl als Namen für den jeweiligen Strich/die jeweilige Position:



Auf dieser Basis sind aber (später wichtige) Aufgaben wie die folgende (und viele weitere der oben genannten Anwendungen) für Kinder kaum lösbar:



Kindern, die den Zahlenstrahl nur als Abfolge von „Strichen“ verstehen, die gezählt werden müssen, versuchen oft, solche Aufgaben zählend zu lösen: Sie beginnen bei 0 und „zählen“ vorgestellte Striche, bis sie bei der gefragten Markierung angekommen sind; die Abstände zwischen den Strichen „schätzen“ sie aufgrund der Erinnerung an Zahlenstrahlen, die sie aus Schulbüchern kennen. Das ist mühsam – und führt oft zu völlig unpassenden Eintragungen.

Andere Kinder verlegen sich gleich auf ein mehr oder weniger kriterienloses Zahlenraten. Eine dezimal-strukturierte, linear-räumliche Zahlvorstellung entwickeln sie dabei aber nicht; dazu fehlt ihnen das grundlegende Verständnis, dass es am Zahlenstrahl vor allem auch um Abstände geht, also um Längen.

Dieses Verständnis des **Zahlenstrahls als „Längenmodell“ für die Darstellung von Zahlen muss sorgfältig erarbeitet werden**. Es ergibt sich für viele Kinder nicht von selbst, auch wenn sie noch so lange mit Zahlenstrahlen (oft dann vorwiegend zählend) Umgang haben.

Sinnvoll ist das Erarbeiten des Zahlenstrahls in dieser Weise erst ab dem zweistelligen Zahlenraum. Denn erst dort ist es tatsächlich ein Vorteil, sich Zahlen auch am Zahlenstrahl vorzustellen.

Für die Arbeit am Zahlbegriff im Zahlenraum 10 oder 20 (Zahlen als Zusammensetzungen, siehe Gaidoschik 2022) hilft der Zahlenstrahl nicht wesentlich weiter. Eher besteht die Gefahr von Missverständnissen, sowie die Gefahr, dass die Kinder den Zahlenstrahl zum zählenden Rechnen verwenden.

2.8.2 Anregungen zur Erarbeitung des Zahlenstrahls

A34	Wir messen mit Zehnerstangen und Einerwürfeln: Wie lange wird es („die Materialschlange"), wenn wir 10 Zehner hintereinanderlegen? Wie weit kommen wir mit 7 Zehnern? Mit 5 Zehnern? Mit 7 Zehnern und 5 Einern? usw.	Zehnerstangen und Einerwürfel aneinander legen

A35	Wir schätzen zuerst, dann messen wir nach: Wie weit kommt man wohl, wenn man 85 mit Zehnerstangen und Einerwürfel hintereinanderlegt, also 8 Z und 5 E? Wie ist es mit 58? 17? 70? Etc. Partnerarbeit: Je zwei Kinder erhalten einen **Papierstreifen**, Länge etwas mehr als 1 Meter (z.B. von einer Kassarolle) und zeichnen auf diesem mit einem langen Lineal (mehrfach angelegt) eine Halbgerade (Startpunkt wird mit 0 gekennzeichnet).	Aneinander gelegte Zehnerstangen und Einerwürfel auf Papierstreifen übertragen; Markierungen für Zehner anbringen

Auftrag:
Stellt ein „Lineal/Maßband" her, auf dem ihr markiert, bis wohin 1 Zehner, 2 Zehner, 3 Zehner... reichen und bis wohin genau 10 Zehner, also 100 reichen.

Unter die Markierungen schreibt 10, 20, 30.... 100, damit man schnell ablesen kann, wie viele Zehner bis zu dieser Markierung reichen.

In einer nächsten Phase können das „Längenmodell" (also der nur noch gezeichnete Zahlenstrahl) und das „Mengenmodell" (also die linear angeordneten Zehnerstangen und Einerwürfel) auch neben- bzw. untereinander verwendet werden: 28 und 82 werden also als Z-Stangen/E-Würfel am Zahlenstrahl entlang aufgelegt. So ist doppelter Vergleich möglich: 2 Z und 8 E sind weniger als 8 Z und 2 E, und sie ergeben hintereinander gelegt die kürzere Strecke.

A36 Partnerarbeit: Ein Kind zeigt mit dem Finger an eine Stelle des zuvor gefertigten „Lineals" oder „Zahlenstrahls" (mit beschrifteten Markierungen für 0, 10, 20, ... 100). Das andere Kind überlegt/schätzt, wie viel Zehner und Einer bis zu dieser Markierung gelegt werden können. (Die Zehner müssen dafür nur abgelesen werden, die Einer, die noch dazukommen, müssen geschätzt werden.)

Im nächsten Schritt wird durch Legen/Messen überprüft, wie gut die Schätzung war, eventuell wird nachgebessert. Dann Rollenwechsel.

Am Zahlenstrahl mit Zehner-Markierungen die Markierungen für ZE-Zahlen schätzen, dann überprüfen

Wie viel soll am Zahlenstrahl zu sehen sein?

Für den Großteil der weiteren Verwendungen – wie etwa: Zahlen zwischen Nachbarzehner einordnen, auf den Nachbarzehner ergänzen, runden, schrittweise auf 100 ergänzen – sollten Zahlenstrahlen verwendet werden, die **nur mit 0 und 100 beschriftet sind. Dazwischen sind nur die Markierungen für die reinen Zehner vorgegeben**.

Diese Markierungen sollten bei ersten Aufgaben noch beschriftet sein (10, 20, 30...). Für viele weitere Aufgaben sind diese Beschriftungen nicht nötig oder auch nicht sinnvoll; beschriftet sind dann nur noch 0 und 100. Die **Markierung** für 50 sollte dann aber etwas länger sein, eventuell auch fett gedruckt, eventuell doch auch beschriftet; so können von 50 ausgehend die anderen Zehner rasch und ohne mühsames Zählen bestimmt werden.

Ein Zahlenstrahl, auf dem alle Einermarkierungen eingezeichnet oder gar beschriftet sind, ist für die meisten Einsatzzwecke ungeeignet.

Zum einen kann so ein Zahlenstrahl zählendes Vorgehen provozieren. Vor allem aber geht diese Form des Zahlenstrahls am wesentlichen Zweck vorbei, warum wir Zahlenstrahlen im Unterricht verwenden sollten. Der Zweck sollte ja sein, dass **die Kinder selbst ihren „Zahlenraum" strukturieren.** Das lernen sie am besten, wenn sie es tun – mit möglichst wenigen Vorgaben unsererseits. Das gilt in besonderer Weise für den „Rechenstrich": Dieser sollte wirklich nur ein *Strich* sein; alle weitere Strukturierungen sollten durch das Kind erfolgen (siehe dazu Kapitel 2.13).

A37 Die Lehrkraft zeichnet einen Zahlenstrahl von 0 bis 100 an die Tafel; die Länge für einen Zehner wird so gewählt, dass die Tafelbreite gut genutzt wird. Die Zehnermarkierungen werden beschriftet.

Die Lehrkraft/ein Kind nennt eine beliebige zweistellige Zahl. Die Kinder sollen nachdenken, zwischen welchen Zehnerzahlen die Markierung für diese Zahl eingetragen werden muss.

Den Eintrag übernimmt die Lehrkraft oder das Kind, das die „Zehnernachbarn" bzw. „Nachbarzehner" genannt hat– oder auch ein drittes Kind.

VOR dem Eintrag soll darüber nachgedacht und begründet werden, wo ungefähr der Eintrag erfolgen soll: Näher beim kleineren oder näher beim größeren Nachbarzehner – oder vielleicht genau in der Mitte? Und wie findet man das heraus?

Genannte zweistellige Zahlen am Zahlenstrahl zwischen Zehner-Markierungen eintragen

A37 a Variante:
Die Kinder sind aufgefordert, die Augen zu schließen. Eine zweistellige Zahl wird genannt. **Mit geschlossenen Augen** überlegen die Kinder, zwischen welchen Nachbarzehnern diese Zahl liegt.
Dann kann fortgesetzt werden, wie bei A38 beschrieben.

Nachbarzehner nennen

A38 Fortsetzung:
Die Kinder sind aufgefordert, die Augen zu schließen. Die Lehrkraft/ein Kind nennt eine zweistellige Zahl. Mit geschlossenen Augen überlegen die Kinder, welches der größere Nachbarzehner ist und **wie viel bis dorthin fehlt** (wie viele Einer fehlen).

Ein Kind wird aufgerufen, dies laut zu sagen, die anderen stimmen zu oder korrigieren; dann sagt das aufgerufene Kind eine zweistellige Zahl; und immer so weiter, bis einige Zahlen in dieser Weise durchdacht wurden.

Nächsten Nachbarzehner nennen und Einer ergänzen

A39 Einzelarbeit:
Kinder zeichnen einen Zahlenstrahl von 0 bis 100, auf dem nur die Markierungen (unbeschriftet) für die Zehnerzahlen eingetragen sind (50er-Markierung ist fett oder etwas länger).
Die Lehrkraft schreibt einige zweistellige Zahlen auf die Tafel, Frage: Wie viel fehlt jeweils bis 100?

Angestrebte Strategie: Ohne zu zählen (weder in Einer- noch in Zehnerschritten) ermitteln die Kinder zunächst, wie viele Einer auf die nächste Zehnerzahl fehlen, dann, wie viele Zehner von der Zehnerzahl auf 100 fehlen. Dabei können Sie den Zahlenstrahl als Unterstützung nützen sowohl

Auf 100 schrittweise ergänzen, dafür den Zahlenstrahl mit Zehner-Markierungen nutzen

- für die Planung der Überlegungen: Zunächst auf den nächsten Zehner, dann bis 100; dafür mache ich jeweils einen Bogen (weil ich eben nicht einzeln zählend vorgehe)
- für das Festhalten von Teilresultaten, um das Arbeitsgedächtnis zu entlasten: über die Bögen schreibe ich, wie viel ich in diesem Rechenschritt dazugegeben habe; am Ende ermittle ich das Gesamtergebnis.

Ziel der anschließenden Rechenkonferenz sollte sein, dass möglichst alle Kinder das Vorteilhafte der oben erläuterten Strategie erkennen.
Damit auch möglichst alle Kinder diese Strategie übernehmen und dann auch selbständig anwenden, bedarf es vieler Wiederholungen über längere Zeit!
Das schrittweise Ergänzen bis 100 gehört zu jenen Aufgaben, die letztlich alle Kindern geläufig und sicher, ohne zählen zu müssen, lösen können sollten.

A40 Kopfrechenübung, auf Basis von Aufgabe 39

Kann als Klassenübung inszeniert werden, eventuell auch als Partnerarbeit (mit dem Risiko, dass Rechenfehler nicht korrigiert werden), am einfachsten in Eins-zu-Eins-Situationen mit der Lehrkraft:

Eine zweistellige Zahl wird genannt, Kind ermittelt im Kopf, wie viel auf 100 fehlt (Rechenschritte wie oben erläutert).

Auf 100 schrittweise im Kopf ergänzen, mit Vorstellung des Zahlenstrahls, in Varianten...

A40 a Eine gute Übungsmöglichkeit, dann auch in Einzelarbeit, bietet auch für diesen Aufgabentyp eine **Rechenkartei**:

Einige zweistellige Zahlen (es kommt hier nicht auf Vollständigkeit an) werden jeweils auf der Kärtchen-Vorderseite notiert.

Auf der Kärtchen-Rückseite steht, wie viel auf 100 fehlt, **dazu auch der vorteilhafte Rechenweg**, z.B. mit Darstellung am Zahlenstrahl/Rechenstrich (s.o.).

... mit Rechenkartei

A40 b Eine weitere gute und für viele Kinder reizvolle Übungsmöglichkeit:
Eine zweistellige Zahl wird in den **Taschenrechner** getippt. Das Kind ergänzt im Kopf auf 100 (Rechenschritte wie oben erläutert) und tippt die ermittelte Differenz auf 100 mit + in den Taschenrechner.
Wenn zuvor richtig ergänzt wurde, dann erscheint nun als Summe 100!

... auch mit dem Taschen-Rechner!

Länge von Einern bzw. Zehnern gezielt verändern

Einer der vielen Vorzüge des Zahlenstrahls besteht darin, dass er Darstellungen beliebig großer (später auch beliebig kleiner...) Zahlen erlaubt.

Dabei kann dieselbe Länge, etwa eines Zahlenstrahls in Heftbreite, einmal als 1 (für die Darstellung von Dezimalzahlen) oder auch 1.000.000 (für die Darstellung von sechsstelligen Zahlen) definiert werden.

Diese Mehrdeutigkeit ist aber auch eine der Schwierigkeiten des Zahlenstrahls. Sie muss daher im Unterricht in geeigneter Form thematisiert werden. Dazu die folgenden Anregungen.

A41 Einzelarbeit; Material: kariertes DIN-A4-Heft/einzelne karierte Blätter

Frage: Was ist, wenn wir die Zehner nicht so lange zeichnen wie unsere Zehnerstangen, sondern z.B. nur genau zwei Kästchen im Heft breit?

Zeichne so einen Zahlenstrahl! Es genügt, nur die Zehnermarkierungen zu machen. Was ist auf einem solchen Zahlenstrahl die Länge für 36, 63...?

Wie ist es, wenn jeder Zehner drei Kästchen breit ist? Passt dann ein Zahlenstrahl von 0 bis 100 noch auf eine Seite/aufs Blatt?

Wir drehen das DIN-A4-Heft/Blatt und zeichnen jetzt einen Zahlenstrahl parallel zur längeren Seite. Können wir dann für die Strecke von 0 bis 100 auch genau 50 Kästchen wählen? Wie lange sind dann die Zehnerstrecken? Wie ist es, wenn wir für den Zehner 4 Kästchen wählen – wie viele Kästchen brauchen wir dann für die Strecke von 0 bis 100?

Zahlenstrahle mit unterschiedlich langen, jeweils vorgegebenen Zehner-Abständen zeichnen

Selbständiges Strukturieren gezielt erarbeiten

Wie erläutert, soll der Zahlenstrahl Kinder dabei unterstützen, sich Zahlen selbständig in einem dezimal-strukturierten linearen „Zahlenraum" vorzustellen und auf diese Weise in Beziehung zu anderen Zahlen zu denken.

Das Ablesen von Zahlen an vollständig markierten und vollständig beschrifteten Zahlenstrahlen trägt dazu kaum etwas bei; das selbständige Strukturieren von wenig (zuletzt überhaupt nicht!) vorstrukturierten Zahlenstrahlen („Zahlenstrichen") hingegen sehr viel! Das muss aber gezielt erarbeitet werden: Man benötigt dafür Strategien, auf die viele Kinder selbständig nicht kommen! In der Folge sind deshalb vor allem Aufgaben und Übungen beschrieben, die zum Aufbau solcher Strategien beitragen sollen.

A42 Partnerarbeit, Material: ein zuvor mit Zehnerstangen ausgemessener Zahlenstrahl, der aber **nur die beschrifteten Markierungen für 0 und 100** zeigt.

Ein Kind zeigt auf eine Position zwischen 0 und 100 (oder legt ein Wendeplättchen an diese Stelle). Das andere schätzt, welche Zahl an dieser Position eingetragen werden sollte, das heißt: Wie viele Zehner und Einer, beginnend bei 0, bis zu dieser Markierung gelegt werden können. Die Schätzung wird schriftlich festgehalten, dann durch Messen mit Zehnern und Einer überprüft, wie gut die Schätzung war. Dann Rollentausch.

Auf dem leeren Zahlenstrahl zwischen 0 und 100 passende Markierungen für 2stellige Zahlen eintragen, durch Messen überprüfen

A43 Strategiekonferenz auf Basis von A42: Lehrkraft zeichnet auf die Tafel einen Zahlenstrahl beliebiger Länge, der nur die Markierungen für 0 und 100 zeigt. Sie weist darauf hin: "Achtung, diesmal habe ich nicht mit Zehnerstangen und Einern gemessen! Ich habe einfach festgelegt, dass hundert so lange sein soll!"

Ein Kind wird nun gebeten, **möglichst genau in der Mitte** zwischen 0 und 100 eine Markierung zu machen. Die anderen Kinder beurteilen, wie gut die Mitte getroffen wurde. Wie könnte man vorgehen, um möglichst genau in der Mitte zu landen?

Angestrebte Einsicht: durch *Messen*, z.B. mit Handspannen, wenn man nicht zufrieden ist mit dem, was beim Versuch „mit freiem Auge" herauskommt.

Nächste Frage: Wenn wir wirklich genau die Mitte zwischen 0 und 100 gefunden haben – **welche Zahl** muss dort eingetragen werden, und warum?

Angestrebte Einsicht: 50, weil die gesamte Strecke 100 = 10 Zehner lang ist, die Hälfte deshalb 50 = 5 Zehner.

Strategien für das Ermitteln der "Mitte" zwischen 0 und 100 erarbeiten

A44 Strategiekonferenz auf Basis von A42 und A43: Lehrkraft zeichnet an die Tafel einen Zahlenstrahl, der nur die Markierungen für 0 und 100 zeigt.

Frage: Wie können wir möglichst passend die Markierung für 49 finden? Für 52? Für 47? Für 53 etc. (also Zahlen „nahe bei 50"; die Lehrkraft sagt aber – vorerst zumindest – nicht von sich aus, dass alle genannten Zahlen nahe bei 50 liegen; im Idealfall wird das von Kindern bemerkt!)?

Angestrebte Einsicht: Eine gute Strategie ist es, zuerst möglichst genau zu halbieren, dort 50 einzutragen (oder zu denken) (siehe A43). Von 50 ausgehend gehe ich dann „ein klein wenig" nach rechts (für Zahlen, die etwas größer, daher „länger" sind als 50) oder nach links (für Zahlen, die etwas kleiner/kürzer sind als 50), um zu einer ungefähr passenden Markierung zu kommen.

In der Strategiekonferenz ist es wichtig, auf diese Einsicht hinzuarbeiten: Was wir hier machen, sind Schätzungen, ungefähr passende Einordnungen! Wenn wir es genauer haben wollten, müssten wir genau messen, wie lange ein Einer auf diesem Zahlenstrahl ist...

Strategien für das Eintragen von Zahlen, die nahe bei 50 liegen, am leeren Zahlenstrahl zwischen 0 und 100 erarbeiten

A45 Strategiekonferenz auf Basis von A43: Lehrkraft zeichnet an die Tafel einen Zahlenstrahl, der nur Markierungen für 0, 50 und 100 zeigt. Ein Kind soll nun *möglichst genau in der Mitte* zwischen 0 und 25 bzw. 50 und 100 Markierungen machen. Die anderen beurteilen zunächst, wie gut die Mitte getroffen wurde.

- Frage 1: Wenn wir genau die Mitte zwischen 0 und 50 gefunden haben – welche Zahl muss dort eingetragen werden, und warum?

Strategien für das Eintragen von 25 und 75 am leeren Zahlenstrahl zwischen 0 und 100 erarbeiten

- Frage 2: Welche Zahl muss genau in der Mitte zwischen 50 und 100 eingetragen werden, und warum?
- Erste angestrebte Einsicht: In der Mitte zwischen 0 und 50 liegt 25, weil die gesamte Strecke 50 = 50 Zehner lang ist, die Hälfte 25 = 2 Z 5 E.
- Zweite Einsicht: In der Mitte zwischen 50 und 100 liegt 75, weil zu 50 noch 25 hinzukommen (bzw. von 100 25 wegkommen).

A46 Strategiekonferenz auf Basis von A45: Lehrkraft zeichnet an die Tafel einen Zahlenstrahl, der nur die Markierungen für 0 und 100 zeigt.

Frage: Wie können wir möglichst passend die Markierung für 24 finden? Für 76? Für 27? Für 26 ... (also Zahlen „nahe bei 25/75“; was aber, siehe oben, im Idealfall von den Kindern bemerkt wird)?

Angestrebte Einsicht: Eine gute Strategie für diese Zahlen ist es, zuerst die Strecke zwischen 0 und 100 zu halbieren, dort 50 einzutragen, die zwei Hälften nochmals zu halbieren und dort 25 bzw. 75 einzutragen (oder zu denken), und von dort ausgehend weiter zu überlegen.

Strategien für das Eintragen von Zahlen, die nahe bei 25 und 75 liegen, am leeren Zahlenstrahl zwischen 0 und 100 erarbeiten

A47 Einzelarbeit, gefolgt von Strategiekonferenz: Lehrkraft schreibt einige beliebige zweistellige Zahlen auf die Tafel.

Auftrag: Zeichnet ins Heft/auf ein Blatt einen Zahlenstrahl, auf dem nur 0 und 100 eingetragen sind! Versucht dann, die Markierungen für die Zahlen, die auf der Tafel stehen, möglichst passend (aber ohne genau zu messen; nur durch Überlegen und Schätzen) auf eurem Zahlenstrahl einzutragen!

Die Aufgabe hat **unterschiedlichen Charakter je nachdem, ob sie auf unliniertem oder kariertem Papier** gelöst wird:

- Auf unliniertem Papier sind Strategien wie die in A43 bis A46 erarbeiteten zielführend.
- Auf kariertem Papier wäre zielführend, schon beim Zeichnen des Zahlenstrahls die Karos auszunutzen und z.B. im Abstand von je zwei oder je vier Kästchen eine Zehnermarkierung zu machen, die dann für die weiteren Eintragungen genutzt wird.

Die je nach gewähltem Papier unterschiedlichen zielführenden Strategien sollten den Kindern nicht vorgegeben werden. Ziel ist, dass sie diese Strategien auf Basis der Vorarbeiten mehr und mehr selbständig wählen. Lassen Sie ihnen erst einmal die Chance dafür! Ziel der Strategiekonferenz sollte sein, dass zumindest nachträglich möglichst alle Kinder verstehen, dass diese Strategien zielführend sind – um sie vielleicht beim nächsten Mal auch selbst anzuwenden.

Strategien für das Eintragen von beliebigen zweistelligen Zahlen am leeren Zahlenstrahl zwischen 0 und 100 erarbeiten

Die Übung sollte – auf beiden Papier-Varianten – immer wieder wiederholt werden; immer mehr Kinder werden dann immer geschickter und passender ihre Strategien wählen und zu immer besseren „Positionierungen" gelangen.

A48 Partnerarbeit: Jedes Kind hat ein unliniertes Blatt Papier und zeichnet auf diesem einen Zahlenstrahl, auf dem nur 0 und 100 markiert und beschriftet werden. Auf diesem macht es an vier beliebigen Stellen eine Markierung.

Strategien erarbeiten für das Bestimmen von Markierungen am sonst leeren Zahlenstrahl von 0 bis 100

Die Kinder tauschen ihre Blätter aus und versuchen, möglichst passend die zu den Markierungen gehörigen Zahlen zu finden und unter die Markierung zu schreiben. Anschließend kontrollieren sie wechselseitig, ob und wie gut die Beschriftungen passen, und erläutern, wie sie vorgegangen sind.

In der anschließenden Strategiekonferenz werden einige Kinderpaare gebeten, ihre Arbeiten vorzustellen und zu erläutern.

Ziel der Konferenz: Möglichst alle Kinder gelangen zur Einsicht, dass für diesen Aufgabentyp („Passende Zahl zur vorgegebenen Markierung finden") ähnliche Strategien zielführend sind wie für die oben erläuterten Aufgaben des Typs „Passende Markierung für vorgegebene Zahl finden:

- Auf unliniertem Papier ist bei solchen Aufgaben zielführend, die Markierungen für 50, 25 und 75 einzutragen und die vorgegebenen Markierungen damit zu vergleichen.
- Um zu noch „genaueren" Ergebnissen zu gelangen, kann man versuchen, auch Zehner einzutragen. Auch dafür ist es hilfreich, zuvor schon 25 und 50 eingetragen zu haben; dann bedarf es (sofern kein Lineal zur Verfügung steht) ein wenig „Versuch und Irrtum" auf Basis einer Messvorstellung („Welche Länge passt 5mal bis 50, zweieinhalb Mal bis 25?")

Auch bei dieser Übungsvariante kommt es auf **regelmäßige Wiederholung über einen längeren Zeitraum** an. Es genügt später, auch nur jeweils eine, zwei solche Aufgaben zu machen, z.B. als Stundeneinstieg oder zwischendurch, bei Wechsel von einem Themenbereich zu einem anderen.

Gaidoschik, M. (2022). *Rechenschwäche verstehen - Kinder gezielt fördern: Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis.* 12. Auflage. Persen.

Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M., & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). *Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen.* Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (111S).